

THE KRUSKAL-WALLIS TEST

Kruskal-Wallis test—disebut juga **H test**—adalah suatu prosedur alternatif dari one-way ANOVA. Kruskal-Wallis test juga mengasumsikan bahwa varian antara k populasi (treatment) adalah sama, tetapi k populasi tersebut berdistribusi kontinu dan mempunyai bentuk (shape) yang sama (sedangkan shape tersebut dapat skewed, bimodal, atau apa saja). Dan tidak seperti dalam ANOVA test, Kruskal-Wallis, yang merupakan metode alternatif nonparametrik, dapat digunakan untuk data respon yang ordinal atau ranked data.

Prosedur Kruskal-Wallis:

- Perhatikan urutan (rank) dari kecil ke besar dari pengamatan-pengamatan y_{ij} , ganti pengamatan-pengamatan y_{ij} , dengan ranknya, yaitu R_{ij} .
- Hitung jumlah rank untuk masing-masing treatment, yaitu $R_{i.}$ untuk $i = 1, 2, \dots, a$
- Hitung statistik uji:

$$H = \frac{1}{S^2} \left[\sum_{i=1}^a \frac{R_{i.}^2}{n_i} - \frac{N(N+1)^2}{4} \right]$$

$$\text{dimana } S^2 = \frac{1}{N-1} \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} R_{ij}^2 - \frac{N(N+1)^2}{4} \right]$$

Jika ada pengamatan yang sama maka rank R_{ij} diambil rata-ratanya.
Jika tidak ada pengamatan yang sama (kembar) maka

$$S^2 = \frac{N(N+1)}{12} \text{ dan}$$

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^a \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

Jika $n_i \geq 5$, H didekati dengan variabel random χ^2 dengan derajat bebas $df = a - 1$.

Contoh 1:

<i>Treatment</i>		
<i>Control</i>	<i>Molasses</i>	<i>Soy</i>
308	202	183
313	206	299
331	204	41
251	280	167
246	255	179
300	256	238

<i>Ranks</i>		
<i>Control</i>	<i>Molasses</i>	<i>Soy</i>
16	5	4
17	7	14
18	6	1
10	13	2
9	11	3
15	12	8
$R_1 = 85$	$R_2 = 54$	$R_3 = 32$

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^a \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1) = \frac{12}{18(19)} \left(\frac{85^2 + 54^2 + 32^2}{6} \right) - 3(19)$$

$$= (0.0350877)(11,165/6) - 57 = 65.2924 - 57 = 8.2924$$

$$\chi^2_{2, (0,05)} = 5.9915$$

$$p\text{-value} = 0.0158$$

Kesimpulan tolak H_0 yang berarti ada perbedaan efek treatment.

Contoh 2:

Web site dari World Health Organization (WHO) melaporkan berbagai karakteristik kasus malaria di dunia yang salah satunya adalah banyaknya kasus malaria per 1000 penduduk di 5 area dua benua (Amerika dan Asia). Datanya adalah sebagai berikut :

<i>Central Amer</i>	<i>South Amer.</i>	<i>West Asia</i>	<i>Mid, South Asia</i>	<i>East Asia</i>
27,0	0,2	1,6	1,0	39,6
8,1	7,2	1,0	144,5	0,1
0,1	9,1	10,1	2,6	0,1
0,9	7,9	0,9	1,9	9,4
14,5	6,5	3,7	31,5	2,0
2,0	39,2	0,1		3,2
16,6	49,1	2,2		8,7
0,3	0,3	4,3		460,5
6,5	7,1			3,5
0,3	4,5			86,2
	1,3			4,3

Perhitungan rank :

<i>Central Amer</i>	<i>South Amer.</i>	<i>West Asia</i>	<i>Mid, South Asia</i>	<i>East Asia</i>
38.0	5.0	14.0	11.5	41.0
31.0	29.0	11.5	44.0	2.5
2.5	33.0	35.0	19.0	2.5
9.5	30.0	9.5	15.0	34.0
36.0	26.5	22.0	39.0	16.5
16.5	40.0	2.5		20.0
37.0	42.0	18.0		32.0
7.0	7.0	23.5		45.0

26.5	28.0			21.0
7.0	25.0			43.0
	13.0			23.5
211	278.5	136	128.5	281

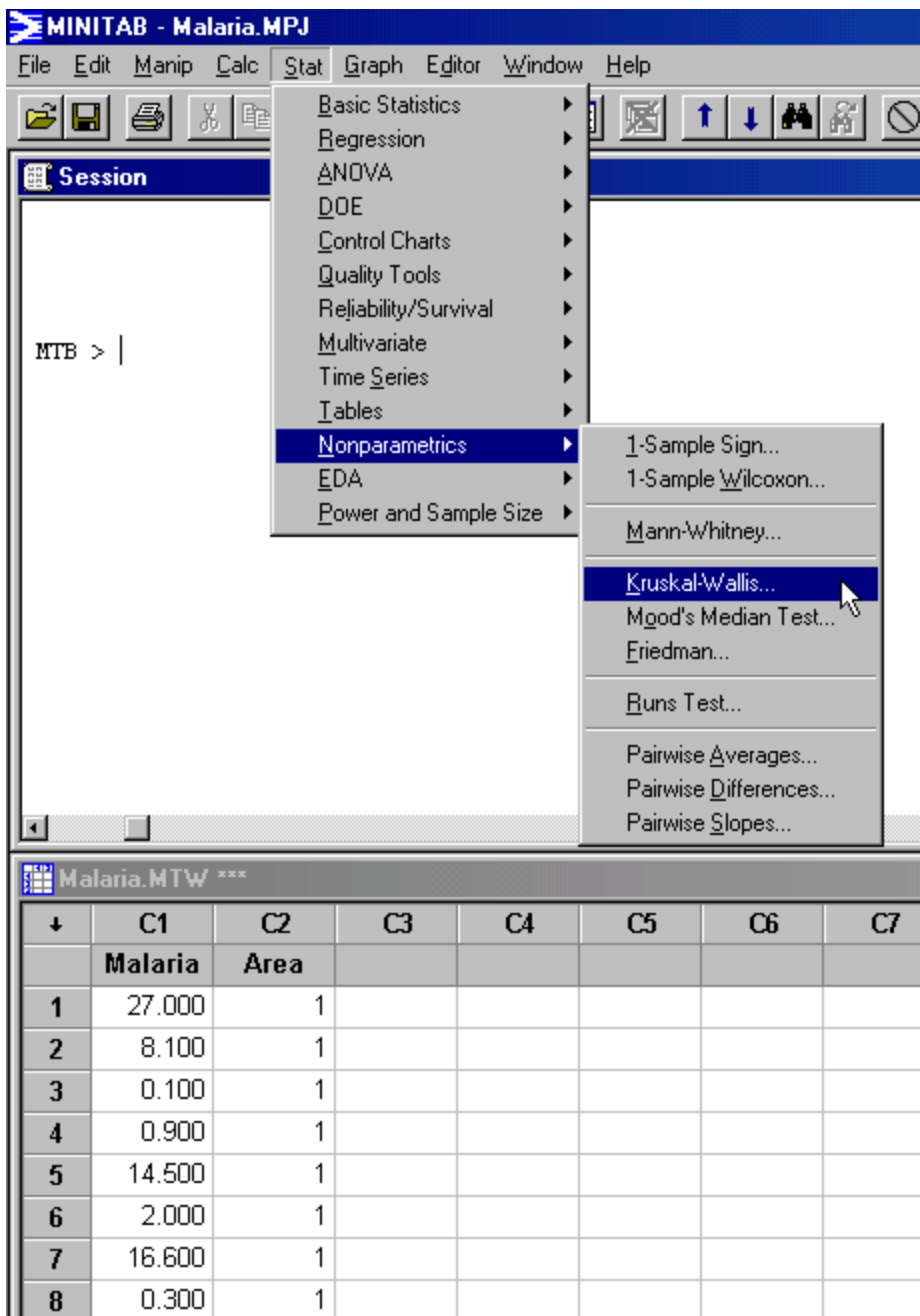
$$\begin{aligned}
 S^2 &= \frac{1}{N-1} \left[\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} R_{ij}^2 - \frac{N(N+1)^2}{4} \right] \\
 &= \frac{1}{45-1} \left[31,386 - \frac{45(45+1)^2}{4} \right] \\
 &= (0.0227273)(31,386 - 23,805) \\
 &= 172.296
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{1}{S^2} \left[\sum_{i=1}^a \frac{R_{i.}^2}{n_i} - \frac{N(N+1)^2}{4} \right] \\
 &= \frac{1}{172.296} \left[\frac{221^2}{10} + \frac{278.5^2}{11} + \frac{136^2}{8} + \frac{128.5^2}{5} + \frac{281^2}{10} - \frac{45(45+1)^2}{4} \right] \\
 &= (0.0058040)(4,452.1+7,051.11+2,312+3,302.45+7,178.27-23,805) \\
 &= (0.0058040)(24,295.9-23,805) \\
 &= (0.0058040)(490.9) \\
 &= 2.849
 \end{aligned}$$

$$\chi^2_{4, (0,05)} = 9.4877$$

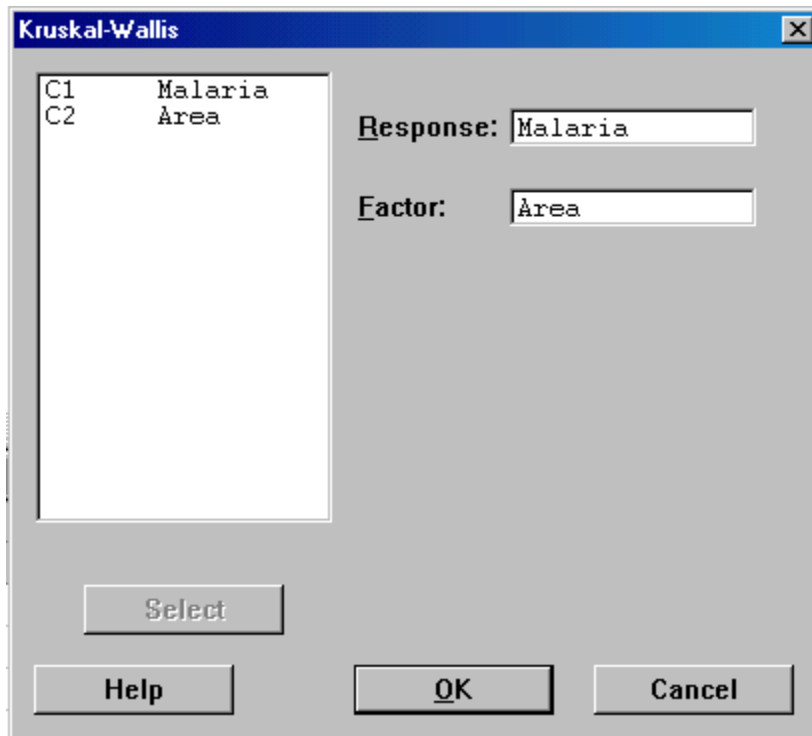
Kesimpulan gagal tolak H_0 yang berarti tidak ada perbedaan rata-rata kasus malaria di lima area.

Perhitungan dengan Minitab 14



The screenshot shows the Minitab 14 interface. The 'Stat' menu is open, and the 'Nonparametrics' sub-menu is selected, with 'Kruskal-Wallis...' highlighted. Below the menu, a data table is visible with the following content:

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
	Malaria	Area					
1	27.000	1					
2	8.100	1					
3	0.100	1					
4	0.900	1					
5	14.500	1					
6	2.000	1					
7	16.600	1					
8	0.300	1					



Kruskal-Wallis Test: Malaria versus Area

Kruskal-Wallis Test on Malaria

Area	N	Median	Ave Rank	Z
1	10	4.250	21.1	-0.52
2	11	7.100	25.3	0.67
3	8	1.900	17.0	-1.42
4	5	2.600	25.7	0.49
5	11	4.300	25.5	0.74
Overall	45		23.0	

H = 2.85 DF = 4 P = 0.584

H = 2.85 DF = 4 P = 0.583 (adjusted for ties)

Soal Latihan

- Empat desain berbeda dari circuit computer digital sedang diteliti untuk dibandingkan banyaknya noise yang terjadi. Data berikut telah diperoleh:

Circuit Design	Noise Observed				
1	19	20	19	30	8
2	80	61	73	56	80
3	47	26	25	35	50
4	95	46	83	78	97

Gunakan Kruskal-Wallis test dari eksperimen ini untuk mengetahui apakah banyaknya noise sama untuk empat desain tersebut? Gunakan $\alpha = 0.05$